CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENȚE", EDIȚIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA CLASA A V-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 1

Să se arate că:

a) $\left(2^{60}+4^{40}+8^{20}\right):\left(2^{79}+16^{15}\right)=2;$

b) $\left(2+4+6+...+2012\right):2014=503.$

a)

$\left(2^{60}+\left(2^{2}\right)^{40}+\left(2^{3}\right)^{20}\right):\left(2^{79}+\left(2^{4}\right)^{15}\right)$ ………………………..………........1p

$\left(2^{60}+2^{80}+2^{60}\right):\left(2^{79}+2^{60}\right)$ ………………..…………...…......………........1p

$\left(2\cdot 2^{60}+2^{80}\right):\left(2^{79}+2^{60}\right)=2\cdot\left(2^{60}+2^{79}\right):\left(2^{79}+2^{60}\right)=2$ …..……..……..1p

b)

$2+4+6+...+2012=2\cdot\left(1+2+3+...+1006\right)$ 1p

$1+2+3+...+1006=\left(1+1006\right)\cdot 1006:2=1007\cdot 503$ …………………………2p

$2\cdot 1007\cdot 503:2014=2014\cdot 503:2014=503$ …………………………...…….1p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
"CONGRUENŢE", EDIŢIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA
CLASA A V-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 2

Arătaţi că suma resturilor împărţirii unui număr natural de forma $\overline{abc}$ la a, b şi respectiv c nu poate fi 23.

Nicolae Cătălin Stănică, Brăila

Deoarece a, b şi c sunt cifre, singurul triplet de resturi care verifică datele problemei este (8;8;7) sau permutări ale acestuia……………………….1p

Dacă resturile sunt 8, 8 şi respectiv 7, numărul $\overline{abc}$ poate fi 998 sau 999. La împărţirea lui 998 la 8 obţinem restul 6,iar la împărţirea lui 999 la 9 obţinem restul 0, care nu convin ……………………………………………….……….2p

Dacă resturile sunt 8, 7 şi respectiv 8, numărul $\overline{abc}$ poate fi 989 sau 999. La împărţirea lui 989 la 8 obţinem restul 5, iar la împărţirea lui 999 la 9 obţinem restul 0, care nu convin …………………………………………….….……2p

Daca resturile sunt 7, 8 si respectiv 8, numarul $\overline{abc}$ poate fi 899 sau 999. La împărţirea lui 899 la 8 obţinem restul 3, iar la împărţirea lui 999 la 9 obţinem restul 0, care nu convin ……………………………………………….……….. 2p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENŢE", EDIŢIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA CLASA A V-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 3

Numărul natural $A = x^{2012} \cdot 3^{48} + y^{2012} \cdot 2^{25}$ este divizibil cu 5, unde *x* şi *y* sunt numere naturale. Să se arate că numerele *x* şi *y* sunt divizibile cu 5.

Nicolae Cătălin Stănică, Brăila

x^{2012} este patrat perfect $\Rightarrow \mathrm{U}\left(x^{2012}\right) \in \{0;1;4;5;6;9\}$ 2p

$\mathrm{U}\left(3^{48}\right) = 1$ şi $\mathrm{U}\left(2^{25}\right) = 2$ ………………………………………………..……2p

Avem $\mathrm{U}\left(x^{2012} \cdot 3^{48}\right) \in \{0;1;4;5;6;9\}$ şi $\mathrm{U}\left(y^{2012} \cdot 2^{25}\right) \in \{0;2;8\}$ …………...1p

Pentru ca numărul *A* să fie divizibil cu 5, trebuie ca $\mathrm{U}\left(A\right) \in \{0;5\} \Rightarrow$ $\mathrm{U}\left(x^{2012} \cdot 3^{48}\right) \in \{0;5\}$ şi $\mathrm{U}\left(y^{2012} \cdot 2^{25}\right) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow \mathrm{U}\left(x\right), \mathrm{U}\left(y\right) \in \{0;5\}$, deci numerele *x* şi *y* sunt divizibile cu 5…………………………………..….2p