CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENŢE", EDIŢIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA
CLASA A VII-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 1

1. ***a)*** Arătați că numărul $\sqrt{1+3+5+...+2013}$ este natural.
b) Demonstraţi că nu există numere naturale de forma $\overline{abc}$ astfel încât:

$$\sqrt{\overline{abc}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}.$$

Constantin Apostol, Rm. Sărat

a) $A=1+3+5+...+2013=(2\cdot 0+1)+(2\cdot 1+1)+...+(2\cdot 1006+1)$ ……….….1p

$A=2\cdot(1+2+3+...+1006)+1007=2\cdot\dfrac{1006\cdot 1007}{2}+1007$ …………….……..1p

$A=1006\cdot 1007+1007=1007^2$ ……………………………………….………1p

$\sqrt{A}=1007\in\mathbb{N}$ ……………………………………………………………….1p

b) $\sqrt{\overline{abc}}\geq\sqrt{100}=10$ ……………………………………………………………1p

$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leq\sqrt{9}+\sqrt{9}+\sqrt{9}=9$ ……………………………………………1p

$\sqrt{\overline{abc}}\geq\sqrt{100}=10>9\geq\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ ……………………………………….1p

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENȚE", EDIȚIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA
CLASA A VII-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 2

Știind că $1^2+2^2+3^2+...+31^2=10416,$ calculați suma $S=3+5+8+12+...+467.$

Daniela Narcisa Ivan, Brăila

Deoarece $467=2+(1+2+3+...+30)\Rightarrow$ ……………………………………..1p

$S=(2+1)+(2+1+2)+(2+1+2+3)+...+(2+1+2+3+...+30).$ ……………1p

$S=\left(2+\frac{1\cdot 2}{2}\right)+\left(2+\frac{2\cdot 3}{2}\right)+...+\left(2+\frac{30\cdot 31}{2}\right)$ sau ……………………………1p

$S=\left(2+\frac{2^2-2}{2}\right)+\left(2+\frac{3^2-3}{2}\right)+...+\left(2+\frac{31^2-31}{2}\right)$ sau ………………………1p

$S=2\cdot 30+\frac{1^2+2^2+3^2+...+31^2}{2}-\frac{1+2+3+....+31}{2}$ sau ………………………1p

$S=2\cdot 30+\frac{1^2+2^2+3^2+...+31^2}{2}-\frac{1+2+3+....+31}{2}$ sau ………………………1p

$S=60+\frac{10416}{2}-\frac{496}{2}=5020.$ ……………………………………………………1p

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENȚE", EDIȚIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA
CLASA A VII-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 3

În triunghiul *ABC* dreptunghic, $m(\sphericalangle BAC)=90^\circ$, *M* este mijlocul segmentului [*BC*] şi *BD*⊥*AM*, *D*∈[*AC*]. Demonstraţi că: $m(\sphericalangle ACB)=30^\circ \Leftrightarrow BD=2\cdot MD$.

Nicolae Cătălin Stănică, Brăila

"⇒" $m(\sphericalangle ACB)=30^\circ$ și triunghiul *AMC* este isoscel (*AM*=*BM*=*CM*) $m(\sphericalangle MAC)=30^\circ$ (1) …………………………………………………………..1p

Triunghiul *AMB* echilateral ⇒ *BD* este mediatoarea [*AM*] ⇒ triunghiul *ADM* isoscel şi conform (1) ⇒ $m(\sphericalangle AMD)=30^\circ$ ⇒ $m(\sphericalangle BMD)=90^\circ$ şi cum $m(\sphericalangle DBC)=30^\circ$, obţinem: $MD=\dfrac{BD}{2}$ ……………………………………..2p

"⇐" Fie *P*∈[*BD*] astfel încât *BP*=*PD*=*DM*…………………………….…1p

AP=*BP*, *BP*⊥*AM*, Δ*AMB* isoscel ⇒ *P* este ortocentrul Δ*AMB* ⇒ *AP*⊥*BC* şi *MP*⊥*AB*.…………………………………………………………………..1p

Avem deci *AP*=*PD*=*MD* şi *MP*||*AD* ⇒ patrulaterul *APMD* romb şi deci Δ*APD* este echilateral ⇒ $m(\sphericalangle PAD)=60^\circ$ şi deci $m(\sphericalangle ACB)=30^\circ$ ……………………2p