CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENŢE", EDIŢIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA CLASA A VIII-A

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 1

Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $13x^2 + 5y^2 + 34z^2 \leq 2(6xy - 5yz + 6xz)$. Să se calculeze $x^2 + y^2 + z^2$.

Narcis Turcu, Brăila

Din ipoteză, $13x^2 + 5y^2 + 34z^2 - 12xy + 10yz - 12xz \leq 0$ 1p

$(3x - 2y)^2 + (y + 5z)^2 + (3z - 2x)^2 \leq 0$ 3p

Dar $(3x - 2y)^2 + (y + 5z)^2 + (3z - 2x)^2 \geq 0$ 1p

$x = y = z = 0$, deci $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ 2p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
"CONGRUENŢE", EDIŢIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA
CLASA A VIII-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 2

În cubul $ABCDA'B'C'D'$, punctul G este centrul de greutate al triunghiului $B'C'D'$. Determinaţi valoarea cosinusului unghiului dintre dreptele AG şi CD'.

Daniela Narcisa Ivan, Brăila

Fie *G'* centrul de greutate al triunghiului $CC'B'$ $\Rightarrow GG' \parallel D'C$, deci $\cos(\sphericalangle AG; D'C) = \cos(\sphericalangle AGG')$ ………………………………………..2p

$GG' = \frac{1}{3} \cdot D'C = \frac{l\sqrt{2}}{3}$ …………………………………………………..1p

$A'G = \frac{2}{3} \cdot A'C' = \frac{2l\sqrt{2}}{3}$ …………………………………………………….1p

În triunghiul dreptunghic $AA'G$ obţinem $AG = \frac{l\sqrt{17}}{3}$ …………………...1p

În triunghiul isoscel *AGG'* obținem $\cos(\sphericalangle AGG') = \frac{\sqrt{34}}{34}$ ……….………2p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ "CONGRUENŢE", EDIŢIA A III-A, 1 DECEMBRIE 2012, BRĂILA CLASA A VIII-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL 3

Dacă are loc egalitatea:

$$3+\sqrt{3}+\sqrt{3^2}+\sqrt{3^3}+...+\sqrt{3^{2003}}=\left(4+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3^3}+\sqrt{3^6}+...+\sqrt{3^{2001}}\right)+S,$$

atunci determinaţi numărul întreg S.

Nicolae Cătălin Stănică, Brăila

$A=2+1+\sqrt{3}+\sqrt{3^2}+\sqrt{3^3}+...+\sqrt{3^{2003}}$ …………………………………..1p

$A-2=\left(1+\sqrt{3}+3\right)+(\sqrt{3^3}+\sqrt{3^4}+\sqrt{3^5})+...+(\sqrt{3^{2001}}+\sqrt{3^{2002}}+\sqrt{3^{2003}})$ ….2p

$A-2=(4+\sqrt{3})+\sqrt{3^3}\left(4+\sqrt{3}\right)+...+\sqrt{3^{2001}}\left(4+\sqrt{3}\right)$………………..…………...2p

$A=\left(4+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3^3}+...+\sqrt{3^{2001}}\right)+2$ ……………...………….……….1p

$S=2$ ……………………………………………………………………....1p